

DUGGA 1, DISKRET MATEMATIK HT 12

Namn: _____

Personnummer: _____

Följande uppgift ska lösas. Uppgiften betygssätts med 0-6 poäng, eventuellt fördelade på flera deluppgifter. För godkänt resultat på ett moment krävs 3 av 6 poäng.
Lösningarna ska vara renskrivna och väl motiverade.

Logik och mängdlära

1. Låt P och Q vara logiska påståenden. Använd kända logiska ekvivalenser (= logiska ekvivalenser som beskrivs i kursboken) för att förenkla det logiska uttrycket $(P \rightarrow Q) \wedge (P \vee Q)$ till ett så enkelt uttryck som möjligt. (2p)

Svar

Vi kan börja med att skriva om $P \rightarrow Q$ som $\neg P \vee Q$ enligt logiska ekvivalenser, så uttrycket blir $(\neg P \vee Q) \wedge (P \vee Q)$. Så hela uttrycket reduceras med distributiva lagen och en känd kontradiktion till $(\neg P \wedge P) \vee Q \rightarrow (\mathbf{F} \wedge Q) \Leftrightarrow Q$, det sista med hjälp av en dominanslag. Svaret är alltså Q .

Ni behöver inte ha angett namnen på lagarna, men stegen ovan ska redovisas.

2. Konstruera en satslogisk funktion $P(x, y)$ (ni får själva välja vad universum är) som uppfyller att uttrycket

$$(\forall x \exists y P(x, y)) \wedge (\exists x \forall y \neg P(x, y)),$$

är sant eller motivera att ingen sådan satslogisk funktion finns. (2p)

Svar

Enligt regler för hur kvantorer och negation samverkar kommer uttrycket inom den andra parentesens att blir $\neg(\forall x \exists y P(x, y))$, dvs negationen av det första uttrycket. Konjunktionen av ett uttryck och dess negation är alltid falskt, alltså kan vi inte finna en satslogisk funktion för vilket uttrycket är sant.

3. Mängderna $A = \{1\}$ och $B = \{1, 2, 3\}$ är givna. Vilka mängder är delmängder till både A och B ? Glöm inte att motivera att ert svar ger alla sådana mängder. (2p)

Svar

A innehåller bara ett element, så dess enda delmängder är tomma mängden och A själv; $\emptyset, \{1\}$. Eftersom 1 också är ett element i B och alla mängder har tomma mängden som delmängd, kommer $\emptyset, \{1\}$ också att vara delmängder till B , och eftersom de är de enda delmängderna till A är de de enda mängder som är delmängder till både A och B .

Lycka till! från Jan-Olav och Mikael